Úvod do mobilní robotiky — AIL028

Martin Dlouhý

md at robotika.cz

http://robotika.cz/guide/umor07/cs

14. listopadu 2007

Global Positioning System - GPS

- 24 navigačních satelitů
- 6 kruhových orbitů ve výšce 20200km
- oblet Země za 11 hodin a 58 minut
- 5 monitorovacích stanic, 3 pozemní antény, 1 řídící centrum
- vybudován U.S. Department of Defence (12 miliard USD)
- první blok satelitů z roku 1978-1985

GPS - základní princip

- měření doby příletu signálu (TOA = Time Of Arrival)
- na satelitech přesné hodiny
- výpočet pro 4 neznámé (x, y, z, t)
- potřeba měření ze čtyř satelitů
- 3 na moři ($z = 0$), 2 pokud stabilní hodiny, 1 stacionární

GPS - přesné hodiny

- rotace Země je nepravidelná (slapové jevy, pohyb rotační osy)
- efemeridový čas (polohy nebeských těles)
- atomový čas
  - standard od roku 1967
  - atomová seknuda = 9192361770 period kvantového přechodu Celsia
  - atomový čas
- vliv gravitace
- na každém satelitu 2-3 atomové hodiny
- vysílání na frekvenci L1=1575.42MHz a L2=1227.60MHz (dána násobkem hodin 154x a 120x)
- doba letu signálu 67.3ms

GPS - vysílání zpráv

- nutno předat informace o pozicích satelitů
- C/A = Coarse/Acquisition, P = Precision a Y šifrovaný P
- chip rate 1.023MHz a 10.23MHz
- spread-spectrum
- každý satelit má vlastní 1023bitový kód
- Z-count = GPS week 10bitů + TOW (Time Of Week, 19bitů), 1.5s epochy

PRN - Pseudo-Random Noise

- Goldův kód
- $G1 = 1 + x^3 + x^{10}$
- $G2 = 1 + x^2 + x^3 + x^6 + x^8 + x^9 + x^{10}$
- PRN1 = G1(10) XOR G2(2) XOR G2(6)
- celkem 36 PRN (32 pro satelity a 4 rezervované)
- jedno maximum
- nízka korelace mezi různými kódy

DGPS - Differential GPS

- cíl odstranit některé chyby během přenosu
- fixní referenční stanice
- korekce se vysílají rádiem
- přesnost okolo 1m
- NMEA-0183, 180, 182 = National Marine Electronics Association

Aplikace - armáda

- kde kdo je

Aplikace - navigace

- PND — Personal Navigation Device

Aplikace - vehicle tracking

- sledování vozidel
- vedle GPS ještě GPRS modem
- Personal Tracker (lepší baterka)

Další aplikace

- geodézie
- přesné zemědělství (precision farming)
- synchronizace času
- pohyb kontinentů
- ...

Motivace — počítání GPS pozice

- jak se v plné složitosti počítat GPS pozici? (různě přesná měření v různé časy v různých místech)
- i-tá družice vyšle svoji polohu (x_i, y_i, z_i) a aktuální čas t_i
- naše poloha neznámá: (x, y, z, t)

$$\frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}}{v_c} + t_i - t = 0$$

- chtěli bychom lineární verzi: $ax + by + cz + td + e = 0$
- proč?

Proč je lineární forma lepší? (1/2)

- 4 satelity, 4 lineární rovnice, 4 neznámé $\rightarrow$ maticový výpočet
- pokud více měření (např. k šesti satelitům), pak metoda nejmenších čtverců:

$$\min \sum_i (a_i x + b_i y + c_i z + d_i t + e_i)^2$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \sum_i a_i (a_i x + b_i y + c_i z + d_i t + e_i) = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y} \sum_i b_i (a_i x + b_i y + c_i z + d_i t + e_i) = 0$$

$$\cdots$$

Proč je lineární forma lepší? (2/2)

- pokud měření v různých časech → Kalmanův filtr
- linearizace v „místě“ predikce (x_p, y_p, z_p, t_p)

$$e_i = \frac{\sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2}}{v_c} + t_i - t_p$$

$$a_i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}}{v_c} + t_i - t\right)$$

$$a_i = \frac{1}{v_c}\left(\frac{x_p - x_i}{\sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2}}\right)$$

Kalmanův filtr — metoda

Stav — popis aktuální pozice a její chyby. Ve stacionárním případě (x, y, z, t) a matice 4x4

Stavová rovnice — popis přechodu mezi jednotlivými stavy. Ve stacionárním případě identita.

Rovnice měření — upřesnění stavu na základě nového měření

Algoritmus aktualizace

Predikce stavu — pomocí stavové rovnice určení nové pozice a nové chyby

Korekce pomocí měření — pomocí rovnice měření upřesnění predikované pozice a chyby

Matematický model

Stavová rovnice

$$x_{k+1} = A_k x_k + w_k$$

kde x_k je n dimenzionální stavový vektor, A_k je transformační matice a w_k šum/chyba stavu ($w_k \sim N(0, Q)$)

Rovnice měření

$$z_k = H x_k + v_k$$

kde z_k je m dimenzionální vektor měření, H je $m \times n$ matice určující vztah mezi stavem a měřením a v_k je šum/chyba měření ($v_k \sim N(0, R)$)

Algoritmus aktualizace

Predikce stavu a chyby — pomocí stavové rovnice

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{-} &= Ax_k \\ P_{k+1}^{-} &= AP_kA^T + Q \end{aligned}$$

Korekce pomocí měření — pomocí rovnice měření

$$\begin{aligned} z_k &= Hx_k + v_k \\ K_k &= P_k^{-}H^T(HP_k^{-}H^T + R)^{-1} \\ x_k &= x_k^{-} + K_k(z_k - Hx_k^{-}) \\ P_k &= (I - K_kH)P_k^{-} \end{aligned}$$